

Т. В. Дідківська

кандидат фізико-математичних наук, доцент

І. А. Сверхевська

кандидат педагогічних наук, доцент

Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир

iryna\_sver@ukr.net

## МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАІЧНИХ СИСТЕМ

Під методами розв'язування нелінійних систем ми розуміємо різні способи перетворення цих систем, які дають можливість виключити невідомі та прийти до розв'язування алгебраїчного рівняння з одним невідомим. Причому ці способи залежать від особливостей системи. Щоб розв'язати поставлене завдання студенти повинні вміти провести аналіз умови, висунути ідею розв'язування системи, критично осмислити відомі способи, зосередити увагу, спрогнозувати результати, знайти додаткову інформацію. Така діяльність розвиває математичні здібності, сформованість яких лежить в основі розвитку творчих здібностей та інтелектуальних умінь. Ми пропонуємо поповнювати індивідуальний банк математичних методів розв'язування систем алгебраїчних рівнянь засобами історії математики. Для цього ми проаналізували різні підходи до розв'язування таких систем у визначних математичних задачах математиків різних часів від єгипетських папірусів, вавилонських клинописних табличок до розробок математиків XVI – XVIII століть.

Наведемо приклади деяких нелінійних систем у визначних математичних задачах.

1. Вавилонська задача [1, с. 53].

*Розв'язати систему рівнянь*

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x + y = b \end{cases}.$$

Вавилонський математик застосовує лінійні підстановки:  $x = \frac{1}{2}b + t$ ;  $y = \frac{1}{2}b - t$  і зводить розв'язування системи до двочленного квадратного рівняння  $t^2 = \frac{a}{2} - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ .

Ймовірно він прийшов до цього правила наступним чином  $x = \frac{b}{2} + t$ ,  $y = \frac{b}{2} - t$ . З першого рівняння:

$$\left(\frac{b}{2} + t\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - t\right)^2 = a. \quad \text{Залежність} \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{була відома вавилонянам, тому}$$

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + bt + t^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - bt + t^2 = a; \quad 2 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 + 2t^2 = a; \quad t^2 = \frac{a}{2} - \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

2. Задача Діофанта з трактату "Арифметика" [2, с. 129].

*Розв'язати систему рівнянь*

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 68 \end{cases}.$$

Діофант розв'язує цю систему за допомогою введення допоміжного невідомого  $\frac{x-y}{2} = z$ . Оскільки

$$\frac{x+y}{2} = 5, \text{ то з цих двох умов одержує } x = 5 + z, \quad y = 5 - z. \text{ Підставляючи в друге рівняння, визначає } z = 3.$$

Отже,  $x = 8$ ,  $y = 2$ .

3. Задача Абу Каміла й Леонардо Фібоначчі.

*Розв'язати систему рівнянь* [3, с. 376]

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ \frac{10}{x} + \frac{10}{y} = 6\frac{1}{4} \end{cases}.$$

Обидва математики спочатку доводять, що  $\frac{a}{x} + \frac{a}{y} = \frac{a}{x} \cdot \frac{a}{y}$ , якщо  $a = x + y$ . Абу Каміл у другому

рівнянні замінює  $10 = x + y$  та одержує квадратне рівняння відносно  $\frac{y}{x}$ , з якого визначає  $\frac{y}{x} = 4$ . З першого рівняння знаходить  $x = 2$ , тоді  $y = 8$ .

Леонардо Фібоначчі пропонує новий цікавий спосіб. Він позначає одну частину  $2-z$ , а іншу  $8+z$ , тоді перше рівняння задовольняється, з другого рівняння одержує  $xu=16$  або  $(2-z)(8+z)=16$ ,  $z^2+6z=0$ . Він вибирає  $z=0$ , тоді  $x=2-z=2$ ,  $y=8+z=8$ . Ймовірно це перший випадок застосування кореня, рівного нулю. Корінь  $z=-6$  Леонардо не розглядає.

Зауважимо, що обидва математики не розглядають другий випадок  $x=8$ ,  $y=2$ .

При практичному розв'язуванні зі студентами цих систем доцільно розглянути історичні довідки про математиків [4]. А також застосовувати сучасні методи підстановки, алгебраїчного додавання, використання результанта многочленів. При цьому знайомство з методами, запропонованими визначними математиками різних часів допоможе зробити навчання математики творчим, цікавим, розв'язувати одну і ту ж задачу різними способами.

### Література

1. Дідківська Т. В., Сверчевська І. А. Системи рівнянь у старовинних задачах / Т. В. Дідківська, І. А. Сверчевська // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2016. – Вип. 3 (85). – С. 51-56.
2. Чистяков В. Д. Старинные задачи по элементарной математики / В. Д. Чистяков. – Минск: Высшая школа, 1978. – 270 с.
3. Юшкевич А. П. История математики в средние века / А. П. Юшкевич. – М.: Госиздат физико-математической литературы, 1961. – 448 с.
4. Бородин О.І., Бугай А.С. Біографічний словник діячів у галузі математики / О.І. Бородин, А.С. Бугай. – К.: Вища шк., 1973. – 552 с.

**Анотація.** Дідківська Т. В., Сверчевська І. А. **Методи розв'язування нелінійних алгебраїчних систем.** Виокремлено основні методи розв'язування нелінійних систем алгебраїчних рівнянь. Пропонується поповнити індивідуальний банк математичних методів розв'язування таких систем засобами історії математики. Для цього проаналізовано різні підходи до розв'язування нелінійних систем алгебраїчних рівнянь у визначних математичних задачах математиків різних часів. Наведено приклади розв'язування деяких систем авторськими методами та здійснено порівняльний аналіз цих методів.

**Ключові слова:** метод розв'язування, нелінійні системи, банк методів, історичні задачі, лінійні підстановки, квадратне рівняння, авторський метод.

**Аннотация.** Дидковская Т. В., Сверчевская И. А. **Методы решения нелинейных алгебраических систем.** Выделены основные методы решения нелинейных систем алгебраических уравнений. Предлагается пополнить индивидуальный банк математических методов решения таких систем средствами истории математики. Для этого проанализировано разные подходы к решению нелинейных систем алгебраических уравнений в замечательных математических задачах математиков разных времен. Приведено примеры решения некоторых систем авторскими методами и выполнен сравнительный анализ этих методов.

**Ключевые слова:** метод решения, нелинейные системы, банк методов, исторические задачи, линейные подстановки, квадратное уравнение, авторский метод.

**Summary.** Dydkivska T. V., Sverchevska I. A. **Methods of solving systems of nonlinear algebraic equations.** Basic methods of systems of nonlinear algebraic equations solving are listed. We suggest appending an individual bank of mathematical methods used for solving of such systems, drawing on the history of mathematics. To that end, we analyse various approaches to solving systems of nonlinear algebraic equations, given in famous mathematical problems. We also provide examples of solving some problems using some authoring methods, followed by a comparative analysis of these methods.

**Keywords:** method of solving, nonlinear equations, a bank of methods, historical problems, linear substitution, quadratic equation, authoring method.

**Н. О. Зінонос**

кандидат педагогічних наук

ДВНЗ «Криворізький національний університет», м. Кривий Ріг

zinonos@i.ua

## ФОРМУВАННЯ У ІНОЗЕМНИХ СТУДЕНТІВ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ РОБОТИ З ІНШОМОВНОЮ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОЮ ІНФОРМАЦІЄЮ

Пріоритетним завданням навчання іноземних студентів є розвиток і формування у них таких здібностей, які дозволили б їм комфортно адаптуватися до швидко змінюваних соціальних умов і вимог нового освітнього простору.

Період адаптації студента першого року навчання до умов вищої школи проходить завжди дуже важко, а у студента-іноземця особливо. Це пояснюється перш за все незвичній соціально-культурним